ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 15 MARS 1915.

PRÉSIDENCE DE M. Ed. PERRIER.

CORRESPONDANCE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une classe de systèmes abéliens déduits de la théorie des équations linéaires.* Note [1] de M. **René Garnier**, présentée par M. Émile Picard.

1. Cette Note a pour but de donner la solution complète d'un problème abordé dans ma Note du 26 décembre 1911. Je rappellerai d'abord quelques résultats essentiels. Posons

$$a_{ij}(x) = \sum_{\lambda=1}^{n} \frac{A_{ij}^{\lambda}}{x - t_\lambda} + \frac{A_{ij}^{n+1}}{x} + \frac{A_{ij}^{n+2}}{x-1} = \frac{b_{ij}(x)}{\varphi(x)},$$

avec $\varphi(x) = x(x-1)\prod_{\lambda=1}^{n}(x - t_\lambda)$, et considérons le système différentiel linéaire

$$\text{(S)} \qquad \frac{dy_i}{dx} = \sum_{j=1}^{m} a_{ij} y_j \qquad (i = 1, 2, \ldots, m).$$

Si l'on veut que le groupe du monodromie de (S) soit indépendant de $t_1, \ldots, t_n$, il faut et il suffit, comme l'a montré M. L. Schlesinger, que les A_{ij}^{λ} satisfassent au système

$$(\mathrm{A}_t) \qquad \frac{\partial A_{ij}^{\mu}}{\partial t_\lambda} = \sum_{k=1}^{m} \frac{A_{ik}^{\mu} A_{kj}^{\lambda} - A_{ik}^{\lambda} A_{kj}^{\mu}}{t_\mu - t_\lambda}, \qquad \sum_{\lambda=1}^{n} \frac{\partial A_{ij}^{\mu}}{\partial t_\lambda} = 0.$$

(1) Séance du 8 mars 1915.

Dans le système (A_t), je fais la transformation

$$(\varepsilon) \qquad t_\lambda \mid \alpha_\lambda + \varepsilon t_\lambda, \qquad A_{ij}^\lambda \mid \varepsilon^{-1} A_{ij}^\lambda,$$

et je fais tendre ε vers zéro; le système (A_t) tend vers le système

$$(A_\alpha) \qquad \frac{\partial A_{ij}^\mu}{\partial t_\lambda} = \sum_{k=1}^{m} \frac{A_{ik}^\mu A_{kj}^\lambda - A_{ik}^\lambda A_{kj}^\mu}{\alpha_\mu - \alpha_\lambda}, \qquad \sum_{\lambda=1}^{n} \frac{\partial A_{ij}^\mu}{\partial t_\lambda} = 0.$$

Dans ma Note précitée, j'avais intégré (A_α) par des fonctions hyperelliptiques lorsque l'ordre m de (S) est égal à 2; aujourd'hui, j'indiquerai brièvement la solution du cas général, notablement plus ardu.

2. Posons $B_{ij} = \sum_{\lambda=1}^{n+2} A_{ij}^\lambda$; il résulte de (A_α) que les B_{ij} sont indépendants des t_λ; considérons d'abord le cas où l'équation en S de la matrice des B_{ij} a ses m racines distinctes, $B_1, \ldots, B_m$; moyennant une substitution linéaire on peut admettre que les termes de degré le plus élevé sont $B_i x^{n+1}$ dans $b_{ii}(x)$ et $A_{ij} x^n$ dans $b_{ij}(x)$. Soit alors la courbe algébrique

$$f(x, y) = |b_{ij}(x) + \delta_{ij} y| = 0 \qquad (\delta_{ij} = 0, i \neq j; \delta_{ii} = 1; i, j = 1, \ldots, m).$$

Il résulte de (A_α) que les coefficients de $f(x, y)$ *sont indépendants des* t_i; *ce sont des intégrales premières algébriques de* (A_α); quand ces constantes sont arbitrairement choisies, $f(x, y)$ est de genre

$$p = \frac{m(m-1)}{2} n + \frac{(m-1)(m-2)}{2}$$

et possède les p intégrales suivantes de première espèce :

$$u_{\rho\sigma}(x, y) = \int_{x_0, y_0}^{x, y} \frac{x^\rho y^\sigma}{f'_y} dx \qquad [0 \leqq \rho \leqq (m-1-\sigma)(n+1) - 2; \ 0 \leqq \sigma \leqq m-3],$$

$$u_\lambda(x, y) = \int_{x_0, y_0}^{x, y} \frac{y^{m-2} \prod_{1}^{n} (x - \alpha_\mu)}{(x - \alpha_\lambda) f'_y} dx \qquad (\lambda = 1, \ldots, n).$$

Cela étant, considérons les fonctions définies par l'inversion des équations

$$\sum_{h=1}^{p} u_{\rho\sigma}(x_h, y_h) = c_{\rho\sigma}, \qquad \sum_{h=1}^{p} u_\lambda(x_h, y_h) = \frac{t_\lambda - t_\lambda^0}{\alpha_\lambda(\alpha_\lambda - 1)},$$

les (x_h, y_h) étant p points de la courbe $f(x, y)$, et les $c_{\rho\sigma}$, t_λ^0 des constantes arbitraires; les fonctions symétriques rationnelles des x_h, y_h sont des fonctions abéliennes $\mathcal{F}$ de p arguments, dont n seulement sont variables. Enfin, introduisons les $m-1$ intégrales de troisième espèce

$$U_k(x, y) = \int_{x_0, y_0}^{x, y} \frac{x^n \prod_{h=2}^{m} (y + B_h x^{n+1})}{(y + B_k x^{n+1}) f'_y} dx \qquad (k = 2, \ldots, m).$$

Nous pouvons indiquer maintenant l'expression des intégrales de (A_α) : les premiers coefficients A_{k_1} des polynomes $b_{k_1}(x)$ sont donnés par

$$\log A_{k1} = (B_1 - B_k) \left[\sum_{\lambda=1}^{n} \frac{\alpha_\lambda^n t_\lambda}{\varphi'(\alpha_\lambda)} - \sum_{h=1}^{n} U_k(x_h, y_h) \right] + \text{const.} \qquad (k = 2, \ldots, m).$$

Il en résulte que les A_{k_1} sont des fonctions à multiplicateurs constants, *qu'on peut exprimer comme quotients de fonctions thêta-abéliennes.*

Les A_{k_1} une fois connus, on en déduit les A_{ij}^λ par des opérations rationnelles où figurent (rationnellement) les coefficients de f et des fonctions abéliennes $\mathcal{F}$.

3. Le cas où l'équation en S de la matrice B_{ij} a des groupes de racines multiples est encore plus difficile; j'ai montré qu'il ne produit pas un abaissement du genre p, mais il introduit dans la solution des fonctions *zêta-abéliennes.*

4. Il est bien remarquable de voir les fonctions thêta-abéliennes découler naturellement d'un système différentiel linéaire; mais, sans m'attarder à l'intérêt rétrospectif du problème, j'indiquerai brièvement quelques-unes de ses conséquences.

M. L. Schlesinger, à qui l'on doit le système remarquable (A_t), a voulu établir que son intégrale a ses points critiques fixes; mais sa démonstration est absolument inexistante. Or, le résultat que je viens d'obtenir conduira vraisemblablement à cette conclusion, soit au moyen de la méthode donnée par M. P. Painlevé pour l'équation $y'' = 6y^2 + x$, soit par le détour suivant : la forme même de la transformation (ε) conduit à admettre que *les intégrales de* (A_α) *sont asymptotes à celles de* (A_t); or les résultats importants de M. P. Boutroux laissent espérer qu'en profitant de cet asymptotisme on pourra démontrer les propriétés fondamentales des intégrales de (A_t) : méromorphie, croissance, etc.

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Sur le théorème des moments des quantités de mouvement.* Note [1] de M. **Victor Vâlcovici**, présentée par M. Appell.

Soit (S) un système de n points matériels M_1, M_2, ..., M_n, de masses m_1, m_2, ..., m_n et soit $\bar{r}_i$ ($i = 1, 2, \ldots, n$) le vecteur $\overline{OM}_i$ (grandeur et direction), O étant un point fixe; le théorème des moments des quantités de mouvement aura la forme ci-après :

$$(1) \qquad \frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{n}\bar{r}_i \times m_i\dot{\bar{r}}_i = \sum_{i=1}^{n}\bar{r}_i \times \bar{F}_i,$$

où $\dot{\bar{r}}_i$ signifie le vecteur obtenu de $\bar{r}_i$ en le dérivant par rapport au temps $\bar{F}_i$ la résultante des forces extérieures appliquées au point M_i et le signe $\times$ l'opération du produit vectoriel (extérieur), entre les vecteurs qui le comprennent.

Soient maintenant O′ un point mobile et $\bar{r}_0$ le vecteur $\overline{OO'}$ fonction du temps. On sait que si le point O′ est animé d'un mouvement rectiligne et uniforme ou bien s'il coïncide tout le temps avec le centre de gravité G du système donné (S), alors le théorème des moments des quantités de mouvement par rapport à O′ conservera la même forme (1), c'est-à-dire qu'on aura :

$$(1)' \qquad \frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{n}\bar{r}'_i \times m_i\dot{\bar{r}}'_i = \sum_{i=1}^{n}\bar{r}'_i \times F_i;$$

ici $\bar{r}'_i$ simplifie le vecteur $O'M_i$ ($i = 1, 2, \ldots, n$) [2].

Je me propose de montrer [3] qu'il existe une infinité d'autres mouvements de O′ tels que le théorème des moments des quantités de mouvement par rapport à ce point conserve toujours la forme (1)′. En effet, en remplaçant $\bar{r}_i$ par $\bar{r}_0 + \bar{r}'_i$ ($i = 1, 2, \ldots, n$), on aura :

$$(2) \qquad \sum_{i=1}^{n}\bar{r}_i \times m_i\dot{\bar{r}}_i = \sum_{i=1}^{n}(\bar{r}_0 + \bar{r}'_i) \times m_i(\dot{\bar{r}}_0 + \dot{\bar{r}}'_i)$$

$$= M\bar{r}_0 \times \dot{\bar{r}}_0 + M\bar{r}_0 \times \dot{\bar{\rho}}' + M\bar{\rho}' \times \dot{\bar{r}}_0 + \sum_{i=1}^{n} r'_i \times m_i\dot{\bar{r}}'_i,$$

---

[1] Séance du 8 mars 1915.

[2] Voir par exemple Appell, *Traité de Mécanique*, 2e édition, t. 2, nos 334 et 335.

[3] O. Bonnet a donné un résultat analogue pour le théorème des forces vives (*Mémoires de l'Académie de Montpellier : Section des Sciences*, t. 1, p. 142).

M désignant la masse totale $\sum_{i=1}^{n} m_i$ du système (S) et $\bar{\rho}'$ le vecteur qui détermine la position du centre de gravité G par rapport à O′, c'est-à-dire tel que

$$\overline{\mathrm{O'G}} = \bar{\rho}'.$$

Dans le cas particulier où $\bar{\rho}'$ se réduit à zéro, l'identité (2) nous fournit le théorème suivant bien connu :

La somme des moments des quantités de mouvement par rapport à un point fixe O *est égale au moment de la quantité de mouvement de la masse totale du système supposée concentrée au centre de gravité, par rapport à* O, *augmenté de la somme des moments des quantités de mouvement par rapport au centre de gravité* G ([1]).

Reprenons maintenant le cas général où $\bar{\rho}'$ est différent de zéro ; en dérivant l'identité (2) par rapport au temps, on obtiendra

$$(2)' \qquad \frac{d}{dt}\sum \bar{r}_i \times m_i \bar{\dot{r}}_i = r_0 \times \mathrm{M}\bar{\ddot{\rho}} + \mathrm{M}\bar{\ddot{\rho}}' \times \bar{\ddot{r}}_0 + \frac{d}{dt}\sum r'_i \times m_i \bar{\dot{r}}'_i\,;$$

$\bar{\rho}$ signifie le vecteur $\overline{\mathrm{OG}} = \bar{r}_0 + \bar{\rho}'$ et deux points mis au-dessus d'un vecteur montrent qu'on l'a dérivé deux fois par rapport au temps; pour arriver à cette formule, il faut tenir compte de ce que le produit vectoriel d'un vecteur par lui-même est nul ainsi que de l'identité

$$\bar{\dot{\rho}} \times \bar{\dot{r}}_0 + \bar{\dot{r}}_0 \times \bar{\dot{\rho}}' = 0.$$

D'autre part, on a

$$(3) \qquad \sum_{i=1}^{n} \bar{r}_i \times \bar{\mathrm{F}}_i = \bar{r}_0 \times \mathrm{M}\bar{\ddot{\rho}} + \sum \bar{r}'_i \times \bar{\mathrm{F}}_i,$$

puisque $\sum_{i=1}^{n} \mathrm{F}_i$ est égale à $\mathrm{M}\bar{\ddot{\rho}}$.

De (1), (2)′ et (3) on tire l'identité

$$\mathrm{M}\bar{\rho}' \times \bar{\ddot{r}}_0 + \frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{n} \bar{r}'_i \times m_i \bar{\dot{r}}'_i = \sum_{i=1}^{n} \bar{r}'_i \times \bar{\mathrm{F}}_i\,;$$

pour qu'elle coïncide avec la formule (1)′, il faut et il suffit qu'on ait

$$\bar{\rho}' \times \bar{\ddot{r}}_0 \equiv 0\,;$$

([1]) Ouvrage cité, n° 335.

mais on sait qu'un produit vectoriel est nul si l'un des facteurs est nul ou bien si les deux facteurs ont la même direction. Conséquence :

Le théorème des moments des quantités de mouvement par rapport à l'origine mobile O′ *sera toujours applicable :*

1° *Si* O′ *est animé d'un mouvement rectiligne et uniforme ;*

2° *Si* O′ *coïncide tout le temps avec le centre de gravité* G *du système* (S) ;

3° *Si* O′ *est animé d'un mouvement dont l'accélération passe constamment par le centre de gravité* G.

On voit d'ailleurs que la deuxième condition est un cas particulier de la troisième.

PHYSIQUE. — *Suite de recherches sur le rayon catathermique.* Note de M. A. **Le Bel**, présentée par M. Armand Gautier.

J'ai développé dans un Mémoire ayant pour titre *Cosmologie rationnelle* (*Journal de Ch. et de Phys. de Genève*, t. 9, 1911, p. 159) les applications à la cosmologie d'une théorie émise par Tissot qui avait complètement passée inaperçue. Cette théorie suppose que la chaleur perdue par les étoiles se transforme dans l'espace céleste en un rayon d'une espèce nouvelle, que j'appellerai ici *rayon Tissot*, susceptible de revenir vers ces étoiles et de leur restituer l'énergie qu'elles ont perdue sous forme de lumière et de chaleur rayonnées. L'avantage de l'hypothèse de Tissot sur celle de Laplace est évident : elle fait concevoir le Monde comme un système en équilibre susceptible de maintenir ses énergies par le jeu des forces inhérentes à la matière qui le constitue. La théorie de Laplace, au contraire, exige l'hypothèse d'une création, aussi bien que celle d'une concentration perpétuelle du Cosmos. Par contre, l'hypothèse de Tissot admet l'existence d'un rayon nouveau totalement inconnu des physiciens.

J'ai entrepris de chercher la démonstration d'un rayon de ce genre en créant une source de chaleur au milieu d'une masse de matière où la chaleur se perd régulièrement; mais il était à prévoir qu'un rayon émis par une masse très limitée en dimensions devrait aussi être absorbé par elle et serait dès lors beaucoup moins pénétrant que le rayon Tissot.

J'ai appelé *rayon catathermique* ce rayon artificiel observé, comme il a été déjà dit dans ce Recueil (*Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 129, et t. 157, 1913, p. 121). Je rappelle seulement qu'en organisant un flux de chaleur

centrifuge dans une feuille de nickel enroulée ou dans une masse de sable, j'ai pu constater un apport d'énergie sur un détecteur placé au centre et constitué par deux couples thermo-électriques en opposition, mais de nature identique, dont l'un est protégé contre le rayon catathermique de retour par un chapeau de platine isolé.

Cette expérience répond à la conception de Tissot : le chauffoir placé au milieu de la masse de sable correspond à l'étoile, le sable lui-même correspond à l'espace céleste où la chaleur de l'étoile se répand, et le rayon catathermique qui ramène l'énergie vers le détecteur placé au centre est l'analogue du rayon hypothétique de Tissot qui ramène à l'étoile l'énergie qu'elle a rayonnée. Le rayon Tissot n'est donc plus désormais une hypothèse ne correspondant à aucun phénomène connu; nous extrapolons seulement dans notre expérience en admettant que l'espace céleste possède, comme le sable, la propriété d'engendrer des rayons catathermiques. Mais remarquons qu'on sait déjà que l'éther possède une autre propriété de la matière pondérable : c'est la réfringence, puisque les diverses radiations lumineuses y possèdent des vitesses différentes; il est donc moins étonnant de rencontrer dans cet éther une autre des propriétés de la matière pondérable. Il existe pourtant une différence théorique remarquable. Tissot et moi-même, nous admettons que chaque point de l'espace envoie *dans tous les sens* les rayons catathermiques engendrés aux dépens des rayons des étoiles; j'en avais conclu que l'énergie que l'étoile récupère provient non seulement de celle même qu'elle a perdue, mais aussi de celle perdue par les autres étoiles et en général tous les corps célestes, en plus ou moins grande quantité suivant les distances. Il s'ensuit :

1° Que les étoiles les plus chaudes doivent se rencontrer dans les régions de la Voie lactée, là où il y a le plus d'étoiles; c'est ce qui arrive, en effet;

2° Que si une étoile par suite de son mouvement propre se rapproche des bords de la Voie lactée, elle doit se refroidir et l'on devra constater dès lors une période glaciaire sur les planètes satellites; or, on a justement découvert qu'il a existé sur notre Globe toute une série d'anciennes glaciations à diverses époques géologiques (cambrienne, permienne, etc.), et les durées énormes des intervalles géologiques où elles ont apparu correspondent bien à la lenteur des évolutions du Soleil et des étoiles; ces glaciations géologiques paraissent d'ailleurs avoir été bien plus importantes que la dernière qui fut contemporaine de l'homme.

Toutefois, il existe une différence entre la conception de Tissot et le

rayon catathermique tel que l'expérience nous l'a fourni : c'est que ce dernier n'est pas émis dans toutes les directions et paraît centripète. En effet, on ne peut apercevoir ses effets qu'à l'intérieur de la masse de nickel ou de sable, tandis qu'au dehors, même avec l'énergie de 100 éléments, je n'ai pu rien constater; il en est de même si ces 100 éléments sont placés entre trois cylindres de nickel chauffés séparément et dont les axes forment les arêtes d'un prisme à base de triangle équilatéral.

Le rayon catathermique n'est pourtant pas exactement centripète, car si l'on place, dans une masse de sable ayant par exemple $1^{m},60$ de longueur, un chauffoir à l'un des bouts, on constate bien le phénomène catathermique sur le détecteur fixé au milieu; mais si l'on place un second chauffoir à l'autre bout, le phénomène augmente sur le premier [1]. Cette expérience, qu'on a pu varier de diverses manières, prouve que le retour d'énergie n'est pas limité à un seul point. Si l'on applique cette observation au monde cosmique, les deux chauffoirs représentant deux étoiles, on voit que chacune d'elles profitera de l'énergie catathermique due à sa voisine. Les conclusions relatives à l'effet de la position d'une étoile sur la Voie lactée et en particulier l'explication des glaciations géologiques gardent donc leur valeur.

On pourrait se demander si le phénomène catathermique observé est bien l'effet d'un rayon et s'il n'est pas dû plutôt à l'effet d'un champ qui se formerait dans l'intérieur du nickel ou du sable, champ dont les tubes de force se dirigeraient vers le détecteur; mais avec un tube de platine on arrête le phénomène dans le nickel et non celui qui s'observe dans le sable; si l'on admet que le rayon de Tissot est de même nature, il doit être encore bien plus pénétrant. Or ces pouvoirs pénétrants constituent un caractère de rayons et non de champ statique.

PHYSIQUE. — *Rapport γ des deux chaleurs spécifiques principales des mélanges de gaz. Applications.* Note de M. A. **Leduc**, présentée par M. E. Bouty.

Notation et formules préliminaires. — Je rappelle d'abord que je représente l'état d'un gaz réel par la formule

$$M p v = R T \varphi \quad \text{ou} \quad M p = \rho R T \varphi, \tag{1}$$

---

[1] On peut le constater même au minimum de température qui se produit entre les deux chauffoirs, c'est-à-dire au milieu de la masse de sable si elle est symétrique.

ρ étant la masse spécifique de ce gaz, M sa masse moléculaire et φ une fonction de la température et de la pression réduites que j'ai étudiée sous le nom de *volume moléculaire* relatif.

D'ailleurs φ est bien représenté, à toute température et entre des limites de pression assez étendues, par

$$\varphi = 1 - mp - np^2, \tag{2}$$

m et n étant des fonctions de la température seule dont j'ai donné l'expression. Des formules (1) et (2) on déduit le coefficient de compressibilité isothermique μ et le coefficient de dilatation β. On a :

$$p\mu = -\frac{p}{v}\frac{\partial v}{\partial p} = 1 - \frac{p}{\varphi}\frac{\partial \varphi}{\partial p} = \frac{1 + np^2}{\varphi}, \tag{3}$$

$$\beta T = \frac{T}{p}\frac{\partial p}{\partial T} = 1 + \frac{T}{\varphi}\frac{\partial \varphi}{\partial T}. \tag{4}$$

Soit un mélange de deux gaz G_1 et G_2 occupant le volume V sous la pression P, et désignons par p_1 et p_2 les pressions qu'il faut attribuer à chacun d'eux dans le mélange. J'ai établi [1] que, si l'on calcule p_1 et p_2 comme si G_1 ou G_2 occupait seul V, on a $p_1 + p_2 > P$, contrairement à la loi classique du mélange des gaz. Dans certains cas (CO^2 et Az^2O), il suffit, pour retrouver cette loi ($P = p_1 + p_2$), de considérer chaque gaz comme subissant la pression totale P, c'est-à-dire de calculer p_1 et p_2 en prenant les valeurs de φ_1 et φ_2 qui correspondent à P, et non aux pressions partielles p_1 et p_2.

En général, cette manière de faire conduit à de nouvelles valeurs p'_1 et p'_2 telles que $p'_1 + p'_2 < P$, ce qui infirme la loi de Berthollet; mais l'écart est trois ou quatre fois plus faible que le premier.

C'est ainsi qu'on opérera, à défaut de renseignements plus exacts, et l'on calculera de même β_1 et β_2 de G_1 et G_2 à la pression P. L'erreur pouvant en résulter est insignifiante à côté de celles inévitables des γ expérimentaux.

Soient r_1 et r_2 les richesses $\frac{p_1}{P}$ et $\frac{p_2}{P}$ du mélange en gaz G_1 et G_2, et M la masse moléculaire moyenne du mélange calculée par la formule

$$\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} = \frac{m_1 + m_2}{M} \quad \text{ou} \quad \frac{\rho}{M} = \frac{\rho_1}{M_1} + \frac{\rho_2}{M_2}; \tag{5}$$

---

[1] *Comptes rendus*, t. 126, 1898, p. 219, et *Annales de Ch. et de Phys.*, 7e série, t. 15, p. 106-111.

m_1 et m_2 désignant les masses des deux gaz, ρ_1 et ρ_2 leurs masses spécifiques, et $\rho = \rho_1 + \rho_2$ celle du mélange.

Des équations (1) et (5) on déduit aisément que

$$(6) \qquad \frac{1}{\varphi} = \frac{r_1}{\varphi_1} + \frac{r_2}{\varphi_2}.$$

Calcul de γ. — Désignons par C, c et γ les valeurs relatives au mélange, et par C_1, c_1, γ_1 et C_2, c_2, γ_2 celles relatives à G_1 et G_2. On a d'une manière générale :

$$(7) \qquad C - c = \frac{T}{J}\frac{\partial p}{\partial T}\frac{\partial v}{\partial T} = \frac{R}{JM}(\beta T)^2 \times \varphi \times p\mu = \frac{R}{JM}(\beta T)^2(1 + np^2)$$

ou, en posant $(\beta T)^2(1 + np^2) = k\varphi$ et divisant par c,

$$(7\ bis) \qquad \gamma - 1 = \frac{R\varphi}{JM}\frac{k}{c} = \frac{p}{T}\frac{k}{\rho c}.$$

D'autre part, on peut admettre qu'à volume constant

$$(8) \qquad m_1 c_1 + m_2 c_2 = (m_1 + m_2)c \quad \text{ou} \quad \rho_1 c_1 + \rho_2 c_2 = \rho c.$$

Portant dans cette égalité les valeurs de $\rho_1 c_1$, $\rho_2 c_2$ et ρc tirées de (7 *bis*) avec ou sans indices, on obtient :

$$(9) \qquad \frac{k}{\gamma - 1} = \frac{k_1 r_1}{\gamma_1 - 1} + \frac{k_2 r_2}{\gamma_2 - 1}.$$

On aurait de même pour un nombre quelconque de gaz

$$(9\ bis) \qquad \frac{k}{\gamma - 1} = \sum \frac{k_n r_n}{\gamma_n - 1}.$$

Exemple. — Pour un mélange à volume égaux $\left(r_1 = r_2 = \frac{1}{2}\right)$ d'azote et de gaz carbonique à 0° et 76cm, on a :

$$\beta_1 T = 1{,}0024, \qquad \varphi_1 = 0{,}9995, \qquad k_1 = 1{,}0054,$$
$$\beta_2 T = 1{,}0166, \qquad \varphi_2 = 0{,}9934, \qquad k_2 = 1{,}0405;$$

d'où, avec l'approximation indiquée plus haut :

$$\beta T = 1{,}0095, \qquad \varphi = 0{,}9965, \qquad k = 1{,}0227.$$

Les expériences qui semblent offrir le plus de garanties ont donné :

$$\gamma_1 - 1 = 0{,}403, \qquad \gamma_2 - 1 = 0{,}319.$$

On en déduit $\gamma = 1{,}355$.

Le calcul fait en considérant les deux gaz comme parfaits ($k_1 = k_2 = k = 1$) donnerait la valeur à peine différente $\gamma' = 1,356$, tandis que la simple règle des moyennes donne $\gamma'' = 1,361$.

L'écart $\gamma'' - \gamma'$ augmente avec $\gamma_1 - \gamma_2$. Ainsi, avec $\gamma_1 = 1,4$ et $\gamma_2 = 1,2$, on aurait

$$\gamma' = 1,267 \quad \text{et} \quad \gamma'' = 1,300.$$

Cet écart est d'ailleurs maximum pour $r_1 = \frac{\gamma_1 - 1 - \sqrt{(\gamma_1 - 1)(\gamma_2 - 1)}}{\gamma_1 - \gamma_2}$, ce qui donne dans le cas présent :

$$r_1 = 0,586 \quad \text{et} \quad \gamma'' - \gamma' = 0,034.$$

En résumé, on voit qu'*il importe de ne pas confondre* γ *avec* γ'', mais qu'on peut le confondre avec γ' et, en tout cas, calculer k par la règle des moyennes : $k = \Sigma r_n k_n$.

Application à l'air humide. — r ne dépasse guère 0,02. Avec $\gamma_1 = 1,405$ et $\gamma_2 = 1,315$, on trouve $\gamma = 1,397$, nombre sensiblement confondu avec $\gamma''(1,398)$.

J'appliquerai ces résultats à la vitesse du son dans les mélanges gazeux.

PHYSIQUE. — *Sur l'absorption des gaz par résonance.* Note de M. **Léon Bloch**, présentée par M. Villard.

Dans un Mémoire fondamental [1], H. Lamb a étudié la diffraction d'un train d'ondes planes par une molécule (sphère de rayon très petit par rapport à la longueur d'onde). Ses recherches se distinguent des recherches analogues de Lord Rayleigh, Love, Walker, J.-J. Thomson, en ce qu'elles abordent le cas où la sphère possède un pouvoir inducteur très élevé et où la période de l'onde incidente est voisine d'une des périodes propres de la molécule.

A la suite d'une discussion mathématique complète, fondée sur l'analyse de la vibration incidente en harmoniques sphériques, M. Lamb arrive au résultat suivant :

Pour chaque harmonique sphérique d'ordre n, il existe une période de résonance, c'est-à-dire une période correspondant à un maximum de

---

(1) H. Lamb, *Camb. Phil. Trans.*, *Stokes Commemoration*, t. **18**, 1900, p. 348-363.

l'énergie réémise par la sphère. Cette période est très voisine d'une période propre de la molécule, sans toutefois lui être rigoureusement égale.

Si l'on appelle *rapport de dissipation* et si l'on désigne par I le rapport de l'énergie diffractée pendant l'unité de temps à l'énergie qui passe durant le même temps à travers l'unité de surface, on a très sensiblement à la résonance

$$\text{(1)} \qquad I = \frac{2n+1}{3\pi}\lambda^2.$$

Il nous a paru important d'établir cette formule en nous affranchissant des hypothèses de Lamb sur la forme et le pouvoir inducteur de la molécule. La décomposition en harmoniques sphériques et les difficultés mathématiques qu'elle entraîne peuvent s'éviter par le raisonnement suivant :

Nous assimilons la molécule à un doublet électrique, comme on le fait dans la théorie électromagnétique de la dispersion. L'équation du mouvement vibratoire s'écrit alors [1]

$$\text{(2)} \qquad m\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + re^2\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{4\pi e^2}{\theta}\xi = eX.$$

Nous admettons que l'énergie rayonnée par la molécule sous l'action de la lumière incidente a sa source dans l'accélération des électrons produite par le champ électrique de l'onde. Conformément aux lois du mouvement quasi stationnaire, le rapport de dissipation pour un doublet vibrant sera

$$\text{(3)} \qquad I = \frac{8\pi}{3c^4}e^2\omega^4\left|\frac{\xi}{X}\right|^2$$

si ω désigne la fréquence et c la vitesse de la lumière.

Dans le cas où l'on est loin de la résonance, il est aisé de déduire de la formule (3), comme l'a fait Langevin [2], la loi de diffusion en raison inverse de la quatrième puissance de la longueur d'onde (Rayleigh).

Dans le cas qui nous intéresse plus spécialement, où l'on se trouve à la résonance exacte, observons que

$$\text{(4)} \qquad \left|\frac{\xi}{X}\right|^2 = \frac{\theta^2}{4\pi e^2}\frac{\tau^2}{a^2}.$$

---

(1) Nous nous conformons aux notations aujourd'hui classiques de Drude.

(2) *Cours du Collège de France*, 1908.

$\left(\tau = \frac{1}{\omega}, a = \frac{r\theta}{4\pi}\right)$, et la formule (3) s'écrira

$$I = \frac{4\pi}{cr}. \tag{5}$$

Puisque d'après la théorie électronique on a $r = \frac{8\pi^2}{3c\lambda^2}$, il vient finalement

$$I = \frac{3\lambda^2}{2\pi}. \tag{6}$$

C'est la formule de Lamb quand $n = 1$. Notre molécule se comporte à la résonance comme une sphère de pouvoir inducteur très élevé, dont la vibration fondamentale serait bien plus importante que les harmoniques.

La formule (6) doit subir une correction lorsqu'on adopte, à la place de la théorie simple de Drude, la théorie plus complète de Planck-Lorentz. On voit aisément qu'il faut poser alors

$$I = \frac{3\lambda^2}{2\pi} \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{3} \frac{N\theta\tau}{a}\right)^2} \tag{7}$$

et cette expression ne diffère sensiblement de (6) que dans le cas où l'absorption, mesurée par le produit $n^2\varkappa$, est d'un ordre égal ou supérieur à 1.

Nous avons recherché si la résonance de la vapeur de sodium, découverte par Wood, peut s'expliquer par la théorie électromagnétique formulée ci-dessus. Les données de Wood et de Dunoyer permettent de conclure que l'émission par résonance est largement suffisante pour rendre compte des effets de réflexion diffuse observés au centre des raies D. A 300°, selon qu'on admet une résonance localisée dans une couche de $0^{mm},1$ ou de $0^{mm},001$, il convient d'appliquer la formule (6) ou la formule (7), et l'on trouve, pour le rapport du nombre des électrons au nombre des molécules, une fraction de l'ordre de 1 : 10000 ou de l'ordre de l'unité.

Par contre, la largeur des raies D, même lorsqu'il s'agit des raies de résonance, ne s'explique pas seulement par l'amortissement dû au rayonnement, il faut faire intervenir ici, suivant les idées de lord Rayleigh, l'élargissement corrélatif de l'effet Doppler.

CHIMIE PHYSIQUE. — *L'anisotropie mécanique des métaux et alliages à gros grains et l'essai à la bille.* Note [1] de M. **A. Portevin**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Les métaux et alliages sont formés de grains ou individus cristallins, donc anisotropes ; à l'intérieur de chaque grain, les propriétés mécaniques sont par suite fonction de la direction. Ces grains ayant une orientation cristalline quelconque et étant en général suffisamment petits, les différences s'annulent pratiquement, de sorte que, par compensation, l'ensemble apparaît comme isotrope, même avec un faible volume de matière ; c'est ainsi que l'essai à la bille, qui n'intéresse qu'une petite quantité de substance, donne des empreintes circulaires avec les moyens de mesure utilisés actuellement, montrant ainsi l'identité des propriétés mécaniques dans tous les sens. Mais il peut arriver, notamment dans les métaux et alliages bruts de coulée et refroidis lentement, que l'ordre de grandeur des grains soit tel que, pour cet essai en particulier, l'anisotropie mécanique des grains intervienne en déformant l'empreinte qui apparaît alors irrégulière [2]. Pour procéder à un examen quelque peu systématique de ce phénomène, nous nous sommes d'abord adressé à des échantillons dont on avait, en prolongeant suffisamment la durée de refroidissement à partir de l'état liquide, accru dans des proportions considérables l'importance des grains de solidification.

On pouvait ainsi effectuer, sur un seul grain, des empreintes de dimensions assez grandes pour mesurer les divers diamètres avec toute la précision désirable.

D'autres essais pratiqués de façon à intéresser plusieurs grains ont porté sur des alliages dont les grains étaient allongés dans la même direction par suite des conditions de la solidification.

Dans tous les cas, on a, par des attaques convenables, fait apparaître sur la surface métallique polie les limites des grains et les directions dendritiques avant d'effectuer les empreintes.

Nous résumerons donc successivement les résultats des observations

---

(1) Séance du 8 mars 1915.

(2) Portevin et Nusbaumer, *Rev. de Mét.*, t. 9, 1912, p. 63. — Portevin, *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 320 et 1237.

faites lors des essais n'intéressant qu'un seul grain et lors des essais intéressant plusieurs grains semblablement orientés.

A. *Essais n'intéressant qu'un seul grain.* — D'une façon générale, l'empreinte affecte la forme d'un carré aux angles arrondis avec deux petits diamètres perpendiculaires égaux et deux autres grands diamètres bissecteurs égaux.

1° Sur une même coupe d'un même grain, les empreintes sont identiques et pareillement orientées. C'est ainsi que sur un seul grain de cuivre à 0,5 pour 100 Va préparé par aluminothermie on a trouvé :

Petits diamètres....	$3,35 \pm 0,01$	(moyenne de 6 mesures)
Grands diamètres...	$3,69 \pm 0,04$	(moyenne de 6 mesures)

2° Sur deux coupes différentes d'orientations cristallines respectives quelconques d'un même grain les empreintes ont en général des dimensions variables ; par exemple, on a obtenu, sur deux coupes perpendiculaires de deux grains d'un alliage Cu-Al, 2,16 pour 100 Al.

		Petits diamètres.	Grands diamètres.
		mm	mm
Grain n° 1.	Première coupe...	$2,99 \pm 0,01$	$3,16 \pm 0,02$
	Deuxième coupe..	$3,16 \pm 0,01$	$3,55 \pm 0,00$
Grain n° 2.	Première coupe...	$3,32 \pm 0,02$	$3,82 \pm 0,01$
	Deuxième coupe..	$3,32 \pm 0,04$	$3,66 \pm 0,03$

3° Sur deux grains différents d'une même coupe les empreintes ont, en général, des orientations et grandeurs variables. Cela résulte des chiffres précédents auxquels on peut adjoindre les suivants relatifs à la première coupe considérée :

	Petits diamètres.	Grands diamètres.
	mm	mm
Grain n° 3..................	3,32	3,58
Grain n° 4..................	$3,52 \pm 0,02$	$3,92 \pm 0,05$

On voit par ces exemples que, sur ce même alliage, les diamètres mesurés suivant des directions quelconques pour des coupes et des grains différents présentent des écarts atteignant $1^{mm},01$, soit 29 pour 100 de la valeur moyenne.

4° Lorsque par attaque on peut mettre en évidence les directions dendritiques, les diamètres maximum et minimum semblent dirigés suivant les bissectrices des axes dendritiques. Ce fait est surtout net quand l'angle de ces axes est voisin de 90°.

B. *Essais intéressant plusieurs grains semblablement orientés.* — Par coulée en moules métalliques des métaux et alliages, on provoque à la périphérie des lingots l'allongement des grains dans le sens d'un axe quaternaire normal à la surface. Ce procédé permet, par suite, d'obtenir dans une certaine zone une région à structure basaltique dans laquelle les propriétés mécaniques sont orientées sensiblement de la même manière, quel que soit le grain intéressé. Des essais de bille, pratiqués dans de telles régions, ont donné les résultats confirmant les précédents, comme

le montrent les exemples suivants (les chiffres sont les moyennes relevées sur quatre empreintes) :

	Essais sous 500kg.		Essais sous 1000kg.
	Laiton à 60 °/₀ Cu et 30 °/₀ Zn.	Laiton à 57 °/₀ Cu et 33 °/₀ Zn.	Laiton à 57 °/₀ Cu et 33 °/₀ Zn.
	mm	mm	mm
Diamètres normaux à la surface du lingot.	3,59	2,67	3,49
Diamètres parallèles....................	3,60	2,66	3,49
Diamètres à 45° sur les précédents.......	3,90	2,77	3,66
	3,89	2,77	3,66

En résumé, on voit que dans chaque grain on obtient une empreinte qui est, en raison de l'anisotropie mécanique du grain, loin d'être circulaire; dès lors, si l'on effectue des essais à la bille dans des métaux et alliages à gros grains d'orientation quelconque de manière que plusieurs grains soient déformés, on obtient des empreintes extrêmement irrégulières ne permettant aucune mesure précise et dont les résultats présentés ci-dessus permettent d'analyser les causes.

SISMOLOGIE. — *Influence sismogénique des failles parallèles étagées de la rainure érythréenne et de celle de la vallée du Rhin.* Note [1] de M. **F. de Montessus de Ballore.**

De la sismicité des régions qui ont été le théâtre de mouvements épirogéniques, on sait seulement qu'elle y est moindre que celle des régions érigées par des mouvements orogéniques de plissement, toutes choses égales d'ailleurs quant au temps géologique plus ou moins récent auquel ont eu lieu les dernières vicissitudes de l'évolution du relief. On peut augmenter nos connaissances à cet égard en considérant ce qui se passe pour la Syrie, la Palestine, l'Arabie et l'Égypte, régions émergées par épirogenèse aux temps tertiaires et quaternaires avec ouverture, par effondrement entre des failles parallèles, de la rainure érythréenne, qui s'étend de l'Orontès à la mer Rouge inclusivement, étant d'ailleurs entendu que cette dénomination est géographiquement impropre; nous la conservons cependant parce qu'elle est généralement employée. Mais nous adoptons le mot *rainure*, parce qu'il évoque l'idée de flancs verticaux, ce

(1) Séance du 8 mars 1915.

qui est ici le cas, tandis que ceux de fosses, fossés et grabens correspondent à des flancs qui peuvent être tout aussi bien inclinés sous des angles quelconques.

Mettons maintenant en parallèle les structures géomorphogéniques et les conditions de sismicité de ces pays.

Vallée inférieure de l'Orontès. Région de plissements orogéniques au bord du géosynclinal alpin, qui englobe le Taurus. Extrême sismicité, témoins les célèbres désastres d'Antioche.

Les régions suivantes ont un relief d'origine épirogénique :

Vallées supérieures de l'Orontès et du Leontès. La Phénicie, le Liban, l'Antiliban et la Syrie forment une voûte anticlinale effondrée suivant son axe (Cœlésyrie, Syrie creuse) et partout règne la structure de failles étagées parallèles à cet axe. Sismicité encore considérable, mais déjà notablement moindre.

Ghor et mer Morte. Failles étagées seulement à l'ouest, Palestine, et structure tabulaire à l'est, Hauranitide, Galanitide et Pays de Moab, coupée net par une faille unique. Flexure monoclinale effondrée. A l'ouest, sismicité égale à celle des régions précédentes, mais presque nulle à l'est.

Dépression de l'Arabah, golfe d'Akabah et mer Rouge. Structure tabulaire effondrée entre des failles parallèles, mais uniques de chaque côté de la rainure. Plus de failles étagées et sismicité nulle en Arabie et en Égypte.

Le même parallélisme se répète pour la vallée du Rhin.

Suisse. Région des plissements alpins. Sismicité relativement grande, mais d'ailleurs très inférieure à celle de la Syrie.

Rainure du Rhin, de Bâle à Mayence. Voûte anticlinale des Vosges et de la Forêt Noire effondrée entre des failles parallèles étagées. Sismicité notable encore, mais moindre toutefois que celle de la Suisse.

Cañon du Rhin au nord de Mayence. Il n'y a plus qu'une seule faille et c'est plutôt un *Rift*. La sismicité est encore plus faible.

Il y a tout lieu de penser que des observations parallèles du même genre pourront se faire en d'autres pays, mais en tout cas l'influence sismogénique des failles parallèles étagées se trouve nettement démontrée pour les rainures d'effondrement, tant érythréenne que rhénane, respectivement considérées de l'Orontès à la mer Rouge et de Mayence à Bâle.

SISMOLOGIE. — *Sur les macrosismes de* 1911, 1912, 1913, 1914, *dans le nord du Portugal.* Note de M. **Pereira de Sousa.**

Du commencement de l'année 1911 jusqu'à la fin de 1914, la province du Minho, au nord du Portugal, a présenté la plus grande sismicité, ce qui est fort curieux, parce qu'elle se trouve dans la Meseta. Ayant fait faire pendant cette période une enquête sur les effets des macrosismes, déterminé leur intensité par la dernière échelle de Mercalli, 1909, et tracé les isosites, j'ai l'honneur de présenter à l'Académie les conclusions auxquelles je suis arrivé.

Les macrosismes ont été constatés le 9 février 1911, le 18 octobre et le 16 novembre 1912, le 26 et le 27 octobre 1913 et le 21 mars 1914; ils se sont propagés surtout dans la direction NNO-SSE.

Le premier a été de faible importance; sa zone macrosiste en Portugal n'a pas dépassé au Sud le Cavado, mais s'est étendue en Espagne au nord du Minho. On ne reconnaît pas d'épicentre ni de zone épicentrale; le maximum d'intensité a été VI.

Ceux du 18 octobre et du 16 novembre 1912, qui présentent chacun à peu près la même extension macrosiste, ont été ressentis surtout au sud du Cavado. La ligne Paços de Ferreira-Vila Nova de Famalicão-Barcellos, qui est parallèle à la côte, a été l'isosiste de la plus grande intensité; on peut la désigner sous le nom de *ligne épicentrale*.

Celui du 27 octobre 1913 a été le plus étendu; sa surface macrosiste correspond à l'ensemble de celle d'un des deux macrosismes précédents et du macrosisme de 1911; elle s'est étendue encore au sud du Douro jusqu'à Coimbra. L'isosiste du maximum de l'intensité (VI) est la même que pour les macrosismes précédents; il se prolonge jusqu'à Caminha, qui présente l'intensité (VI), comme dans le macrosisme de 1911.

Celui du 21 mars 1914 semble avoir été identique aux macrosismes antérieurs, mais bien moins long et plus faible (IV).

La ligne Paços de Ferreira-Vila Nova de Familicão-Barcellos, qui se trouve surtout dans le granite, est une ligne sismo-tectonique, déjà reconnue dans le mégasisme de 1755 [1]. Elle traverse la Serra das Cita-

---

(1) F.-L. Pereira de Sousa, *Ideia geral dos effeitos do megasismo de 1755 em Portugal*, 1914, p. 48.

nias et la Serra do Sameiro dans une dépression (suivie par la ligne du chemin de fer), où l'on trouve quelques sources thermales sulfureuses.

Le grand affleurement silurien de la région a une direction parallèle à cette ligne sismo-tectonique; le petit affleurement silurien, situé au nord de Barcellos, se trouve sur son prolongement vers le Nord. Nery Delgado ([1]) a montré l'existence de failles longitudinales dans ces affleurements.

Dans le mégasisme de 1755, cette ligne sismo-tectonique, au delà du Lima, traverse la Serra d'Arge dans la dépression, où se trouve Montaria, etc., et suit jusqu'à Caminha dans l'Archéen, parallèlement à la limite entre ce terrain et le granite.

Dans le macrosisme du 27 octobre, non seulement la ligne sismo-tectonique se manifeste avec le maximum d'intensité, depuis Paços de Ferreira à Caminha, mais il en est de même pour la partie nord de la ligne sismo-tectonique Vila do Conde-Malta-Gondomar, déjà remarquée dans le mégasisme de 1755. Cette ligne est parallèle à la précédente, et située plus à l'Ouest. Étant surtout placée dans une dépression transversale aux chaînes, qui est utilisée pour le tracé de la route et du chemin de fer entre Porto et Vila do Conde, elle suit en partie la limite entre l'Archéen et le granite. Le fleuve Leça, arrivé à cette dépression, se courbe en angle droit pour la suivre quelque temps; il est probable que telle est aussi la raison du détour du fleuve Douro vers le S-SE.

Étant donnée la disposition des isosistes, je pense que les mouvements épirogéniques doivent être l'origine de ces macrosismes. On admet que ces mouvements sont la cause des rias de la Galice; actuellement, sur la côte portugaise, ils se produisent en sens inverse, ce qui entraîne des modifications fâcheuses pour les ports dont la profondeur est diminuée ([2]).

En outre, on a rencontré des marmites de géants à quelques mètres au-dessus de la ligne du rivage. M. Nobre ([3]) en a mentionné une au Castello do Queijo, près de l'embouchure du Douro et M. Choffat ([4]) en a rencontré

([1]) J.-F. Nery Delgado, *Système silurique du Portugal*. Lisbonne, 1908.

([2]) Adolpho Loureiro, *Os portos maritimos de Portugal e ilhas adjacentes*, t. I, 1904.

([3]) Augusto Nobre, *Étude géologique sur le bassin du Douro*, Bruxelles, 1893, p. 5.

([4]) Paul Choffat, *Provas do deslocamento do nivel do Oceano em Vianna do Castello* (*Bol. da Soc. de Geographia de Lisboa*, 13e série, n° 12, 1894).

d'autres à Vianna do Castello, dont la plus élevée se trouve à 15^{m} d'altitude.

Conclusion. — Les macrosismes du nord du Portugal (Minho) (1911 à 1914) semblent être d'origine épirogénique; leur maximum d'intensité s'est manifesté le long de la ligne sismo-tectonique Paços de Ferreira-Vila Nova de Famalicão-Barcellos-Caminha, leur maximum d'extension suivant la ligne sismo-tectonique Vila do Conde-Malta-Gondomar.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les racines de betteraves gommeuses.* Note de M. G. **Arnaud**, présentée par M. Prillieux.

Des betteraves gommeuses ont été envoyées en janvier et février à la Station de Pathologie végétale de Paris, par l'intermédiaire de M. Pellet; elles provenaient des sucreries d'Abbeville (Somme) et de Coulommiers (Seine-et-Marne) et avaient été prélevées dans les silos de conservation. L'altération gommeuse y était apparue au début de décembre, elle n'avait pas été signalée les années précédentes.

Les racines peu altérées présentent à la surface des taches vitreuses rendant la couleur un peu plus foncée; peu à peu la chair perd sa teinte blanc jaunâtre opaque pour devenir plus transparente et prendre l'aspect des betteraves cuites; ces transformations sont dues à une altération qui rend les tissus plus homogènes en dissolvant partiellement les cellules et en remplissant les espaces intercellulaires avec de la matière gommeuse; ce qui égalise le pouvoir réfringent des tissus et par suite augmente la transparence. Sur les sections s'écoule la gomme sirupeuse, incolore et très transparente. Peu à peu des cavités se creusent dans le parenchyme entre les zones concentriques de faisceaux libéro-ligneux, ces cavités ont jusqu'à 4^{mm} ou 5^{mm} de diamètre; parfois même, il y a décollement complet des diverses zones. Il convient d'insister sur le fait que l'intérieur des betteraves altérées ne brunit pas; contrairement à ce qui a lieu dans certaines gommoses signalées chez des betteraves au cours de la végétation. Les racines gommeuses ne répandent pas de mauvaises odeurs. Les betteraves très altérées prennent la consistance d'une éponge dure.

L'agent de la dégénérescence gommeuse est une bactérie qui, de l'extérieur vers l'intérieur, s'insinue dans les espaces intercellulaires en même temps qu'elle détruit les cellules voisines. On peut observer la bactérie en

place en coagulant la gomme par une immersion des morceaux de betterave dans une solution de sous-acétate de plomb. La bactérie est du genre *Bacterium*, elle est assez voisine au point de vue morphologique du *Bacterium Mori* du Mûrier; comme ce dernier, et peut-être plus encore, le *Bacterium* de la Betterave présente la propriété de se désarticuler en éléments de longueur variable parfois analogues à certains *Oospora*.

En culture dans le jus de betterave à haute température (38°-40°), le développement de la bactérie est très rapide et donne des filaments fins, réguliers, ne présentant parfois pas trace de segmentation, même après coloration à la fuchsine (liqueur de Ziehl); d'autres filaments manifestent une tendance à la désarticulation par une disposition en ligne brisée ou par l'apparition de zones moins colorables; puis les éléments prennent une disposition en chapelet, enfin il y a désarticulation complète. Les éléments ainsi isolés peuvent être huit à dix fois plus longs que larges ou presque isodiamétriques. Comme ces éléments ont une tendance à ne se séparer que graduellement, on les trouve souvent en chapelets. Quand les grains en sont courts, ces chapelets sont presque identiques, par la forme et les dimensions, à ceux du *Leuconostoc mesenteroides* (gomme des sucreries); mais l'on trouve toujours quelques éléments filamenteux; ces derniers sont cependant assez rares dans la gomme qui s'écoule spontanément des racines. La matière gommeuse du *Bacterium* est toujours visqueuse, sans la consistance ferme, presque cartilagineuse, du *Leuconostoc*.

Le *Bacterium* est le seul agent de la transformation gommeuse et la gomme qui s'écoule sur les sections paraît peu favorable aux moisissures, seules des levures y pullulent bientôt et la rendent opaque. Sur la surface extérieure des racines se trouvent en abondance : *Penicillium glaucum*, *Botrytis cinerea* (conidiophores et sclérotes), *Fusarium roseum*, *Mucor Mucedo*.

Les betteraves gommeuses sont probablement des racines altérées par le froid dont les dégâts ont été plus considérables cette année par suite des difficultés de transport et d'ensilage; nous n'avons pas réussi à contaminer des racines normales, même coupées en deux et appliquées sur une betterave gommeuse. Par contre, une betterave, dont une moitié a été plongée pendant une minute dans l'eau bouillante, est devenue gommeuse dans la partie extérieure de la zone traitée. Les betteraves qui n'ont été gelées que par places et superficiellement restent saines pendant plus d'un mois, en dehors des zones altérées. Il est probable que les divers agents qui diminuent la vitalité des cellules peuvent provoquer le développement de la bactérie gommeuse, mais il convient surtout d'attribuer au froid les cas de dégénérescence gommeuse constatés ultérieurement dans les silos.

Au point de vue industriel, l'altération gommeuse est nuisible par la

transformation du saccharose en sucres réducteurs et par la production de gomme difficile à éliminer. Ces transformations ont été étudiées au point de vue chimique par M. Pellet et aussi par M. Saillard ; ce dernier a publié récemment une Note sur la question ([1]).

BACTÉRIOLOGIE. — *De la dissémination du bacille typhique autour des malades atteints de fièvre typhoïde.* Note ([2]) de MM. **P. Carnot** et **B. Weill-Hallé**, présentée par M. Roux.

Les techniques de recherche du bacille typhique, que nous avons indiquées ici même (*Comptes rendus*, 30 novembre 1914, p. 749, et 25 janvier 1915, p. 148), nous ont permis d'étudier systématiquement, dans les services hospitaliers que nous dirigeons, le mode et l'importance de la dissémination du germe contagieux autour des dothiénentériques. Nous l'avons suivie sur le malade lui-même, sur les objets environnants et sur le personnel soignant en contact avec lui.

A. *Dissémination du bacille typhique par les sujets infectés.* — En comparant chez nos typhoïdiques les résultats de l'hémoculture, de la biliculture, de la coproculture, nous avons pu constater une grande variabilité dans l'élimination du bacille typhique.

Si nous l'avons décelé dans la plupart des sécrétions digestives (salive, mucus gastrique ou duodénal, suc pancréatique, etc.), c'est, en fait, dans la bile et les sécrétions intestinales que nous avons constaté l'élimination la plus régulière, la plus abondante et la plus tenace. L'importance de cette élimination est telle qu'il suffit de quelques gouttes du liquide à peu près limpide, obtenu après trois lavages intestinaux successifs et ensemencées sur tube de sable, pour avoir une culture luxuriante de bacilles typhiques. Les formes à diarrhée abondante, avec incontinence, sont, par là même, de beaucoup plus contagieuses.

La durée de cette élimination est très différente suivant les cas. Nous l'avons vu se réduire à une vingtaine de jours dans les formes les plus bénignes, chez les vaccinés notamment. Elle se prolonge généralement deux à trois mois. Enfin, dans quelques-uns de nos cas, l'élimination

---

([1]) *Journal d'Agriculture pratique*, 11 mars 1915, p. 266.

([2]) Séance du 8 mars 1915.

biliaire et intestinale a été suivie au delà du sixième mois. Dans certaines formes de cholélithiase, le bacille typhique a d'ailleurs pu être trouvé plusieurs années après l'infection.

L'élimination du bacille typhique s'étend donc sur une période souvent fort longue, pendant laquelle les selles disséminent abondamment le contage autour des malades, sur les objets ou les personnes qui les entourent.

B. *Dissémination du bacille typhique dans les poussières des salles d'hôpital, sous les ongles des malades et des soignants, etc.* — Nous avons examiné bactériologiquement les poussières d'une salle de typhiques graves, salle dont les planchers étaient cependant lavés à l'eau tous les deux jours. Pour la technique de cette recherche, nous avons dû, en raison de la petite quantité des germes, provoquer un enrichissement préalable des poussières prélevées, en les ensemençant copieusement en tubes de bile : le lendemain, quelques gouttes de cette culture sont repiquées en tube de sable, examinées et identifiées ensuite, selon la méthode que nous avons antérieurement indiquée. Nous avons ainsi isolé des bacilles typhiques, très mobiles, agglutinables par un sérum antityphique et présentant toutes les réactions culturales classiques.

De même, la présence de bacilles typhiques a été décelée dans les poussières du laboratoire où se font quotidiennement nos examens de selles et de cultures.

Ces constatations démontrent la dispersion du bacille typhique dans le milieu extérieur, au voisinage de l'organisme contaminé.

Étant donné, d'autre part, le rôle important des doigts dans la transmission des germes contagieux, nous avons systématiquement ensemencé, par le même procédé, les dépôts sous-unguéaux des malades et du personnel soignant.

Ici encore, nous avons obtenu des résultats positifs. Cette constatation prend toute sa valeur du fait que chez certains infirmiers, assez soigneux pour désinfecter méthodiquement leurs mains, notamment à l'eau de Javel diluée, après chaque contact avec les typhiques, l'ensemencement des doigts est resté négatif.

On se rend compte, par suite, et de l'importance de contaminations digitales et de l'efficacité des procédés destinés à les éviter.

C. *Dissémination du bacille typhique dans le tube digestif des sujets sains en contact permanent avec les infectés.* — La constatation de bacilles typhiques

dans l'ambiance du malade, et notamment sur les doigts des sujets sains, vivant à son contact, permet de comprendre aisément l'ensemencement de leur tube digestif. On sait, d'ailleurs, combien fréquente est la contamination du personnel soignant dans les services de typhoïdiques. Aussi avons-nous recherché la présence du bacille dans les selles de tous les médecins et infirmiers donnant des soins à nos typhiques. Quinze cas nous ont fourni un résultat positif; dans six cas, le résultat a été négatif. Nous avons trouvé en outre le bacille typhique dans les selles de l'infirmier attaché au laboratoire et manipulant constamment des cultures, mais sans donner de soins aux malades.

Bien qu'aucune méthode expérimentale ne puisse nous renseigner actuellement sur la virulence des germes ainsi isolés, nous avons cependant tout lieu de l'admettre, au moins dans un cas où nos recherches ont démontré un infirmier bacillifère sain comme seul chaînon intermédiaire entre deux typhoïdiques.

Tous ces porteurs de germes étaient cliniquement en parfaite santé. Aucun n'avait eu antérieurement et n'a présenté depuis de symptômes morbides. La plupart d'entre eux avaient été vaccinés. Deux cependant ne l'étaient pas, ce qui nous a permis de rechercher dans leur sérum la présence d'anticorps. Or l'épreuve de l'agglutination et celle de la déviation du complément sont restées négatives. Le résultat négatif également de la biliculture indique que la présence de bacilles typhiques dans le tube digestif n'est pas liée, en pareil cas, à une élimination biliaire.

Nous nous sommes donc trouvés, dans les conditions de contamination hospitalière où nous observons, en présence de trois variétés de bacillifères :

Les *bacillifères infectés*, qui, même longtemps après guérison de leur fièvre typhoïde, éliminent encore des bacilles, et continuent d'être contagieux, bien qu'immunisés par leur infection même;

Les *bacillifères vaccinés*, ayant ensemencé leur tube digestif au contact des premiers, mais qui, protégés par leur immunisation vaccinale, confient le germe contagieux dans une sorte de saprophytisme intestinal;

Enfin les *bacillifères sains*, sans immunisation morbide ou vaccinale, au sujet desquels on peut se demander si la présence de bacilles typhiques dans l'intestin réalise un stade de préinfection latente et les met en imminence d'infection à la moindre défaillance, ou si elle n'aboutit pas à une sorte d'immunité par entéro-vaccination, vraisemblable cliniquement, mais difficile à mettre en évidence par les procédés actuels.

Des applications pratiques à la prophylaxie hospitalière, que nous ne ferons qu'indiquer ici, dérivent de ces constatations. Elles ont trait :

1° A la nécessité de l'isolement prolongé des typhiques, aussi longtemps qu'ils restent bacillifères et à l'urgence, dans les circonstances actuelles, de la création de dépôts spéciaux de convalescents typhiques soumis au contrôle bactériologique;

2° A la nécessité d'une désinfection rigoureuse des locaux et objets contaminés, et surtout peut-être des mains du personnel soignant;

3° A la nécessité de l'isolement relatif, de la non-dispersion et de l'hypervaccination du personnel si souvent bacillifère, affecté aux services de typhiques.

HYGIÈNE ALIMENTAIRE. — *Sur l'alimentation des armées en campagne.* Note [1] de M. **Maurice Piettre**, présentée par M. Armand Gautier.

Les questions d'alimentation ne sauraient être fixées d'une façon immuable; elles doivent s'adapter en quelque sorte aux conditions et circonstances souvent très variables. Telle ration abondante en été devient insuffisante en hiver. La longue continuité d'une alimentation exclusive arrive à déplaire et à fatiguer l'estomac et les reins. Un sensible relèvement du régime du soldat français en pain, graisse, sucre et boissons fermentées vient de lui être accordé par l'Administration de la Guerre avant même qu'un supplément de 100 à 1000 calories ait été réclamé par les spécialistes les plus compétents. Cette amélioration témoigne du soin qu'apporte l'Intendance au ravitaillement des troupes, ravitaillement dont elle a assuré le succès.

En ce qui concerne la viande, fraîche, congelée ou en conserve, la ration actuelle représente un large maximum; mais l'usage presque exclusif de cet aliment, même avec le pain, ne saurait être prolongé indéfiniment. Il exposerait à un surmenage carné nos soldats qui, campagnards pour la plupart, sont surtout des végétariens. En Amérique, en France, en Allemagne, partout on a montré qu'il y a « danger à demander à la chair musculaire plus de 30 à 40 pour 100 d'azote alimentaire, et le poids des matières protéiques ne doit pas dépasser le quart de celui des matières ternaires ». (*A. Gautier.*)

---

[1] Séance du 8 mars 1915.

Assurément la proportion des légumes prévue par les règlements militaires français compléterait, d'une façon satisfaisante, la ration alimentaire, viande et pain, si la préparation de ces légumes était rendue aussi pratique que celle de la viande, mais l'utilisation par le soldat des légumes secs en particulier présente de grosses difficultés pratiques en temps de guerre. Leur cuisson exige généralement un trempage de plusieurs heures destiné à leur rendre une partie de l'eau perdue par dessiccation. En outre, la distribution sur la ligne de feu des légumes cuits chaque jour à l'arrière est rendue précaire, parfois presque impossible, de telle sorte que trop souvent le combattant doit se contenter de pain et de conserve de viande. Ces inconvénients sont appelés à grandir encore au cours des déplacements stratégiques dans des régions privées de toutes ressources par l'ennemi.

I. Les travaux d'Atwater et Benedict, d'Ewald et Munck, de A. Gautier, de Maurel ont établi que la ration correspondant à un travail énergique soutenu, tel que celui du soldat au feu, doit comporter environ : 150^g d'albumines, 500^g d'hydrates de carbone et 100^g de graisses.

La question des albuminoïdes nécessaires a été solutionnée par la fabrication et la distribution journalière de la conserve réglementaire de viande, contenant 280^g de bœuf ou de porc, de bonne qualité.

Quant à la proportion de matières grasses attribuée à chaque soldat, elle est assurément insuffisante si l'on songe que les graisses sont des substances énergétiques de premier ordre, indispensables à la fois à l'assimilation des viandes et à l'apprêt des légumes. Les règlements prévoient seulement 30^g de lard sans que le complément puisse être fourni d'une façon certaine sous une autre forme.

Pour la ration officielle en légumes attribuée au soldat français en temps de guerre, savoir : *légumes secs* (riz ou haricots, ou lentilles, etc.), 100^g, ou *légumes frais* (carottes, pommes de terre, etc.), 1000^g; ces quantités semblent satisfaire théoriquement aux besoins de légumes indispensables non seulement pour assurer l'apport des hydrates de carbone nécessaires, mais pour combattre, par les sels végétaux de potasse qu'ils apportent, l'acidité des humeurs et empêcher ainsi l'acidose, le scorbut, les embarras intestinaux qu'entraînerait l'usage trop exclusif de la viande.

Il y a donc lieu, d'une part, d'assurer la consommation régulière de ces légumes et, d'autre part, de réaliser des alternances convenables éminemment propres à stimuler les sécrétions gastriques et intestinales sans amener le sentiment de satiété qui résulte de l'abus de la viande.

II. Pour cela, il serait désirable que la ration individuelle de graisses et de légumes soit distribuée, non pas toujours à l'état d'aliments crus, mais bien d'aliments cuits, au besoin en boîtes stérilisées, tout prêts en un mot à être consommés par le soldat; car, écrit un critique militaire bien célèbre, « il faut des heures pour faire la soupe, et plus d'une fois le soldat se serre le ventre, parce que la viande, trop fraîche peut-être, n'a pas voulu cuire, *que les légumes sont immangeables*, que le vent ou la pluie ont fait manquer la cuisine ou que des tourbillons de poussière enveloppent le camp et les fourneaux ». (*Von der Goltz.*)

M. L. Goulut, officier d'administration de l'armée, a déjà attiré l'attention sur l'importance des conserves de viande avec légumes. Nous avons cru plus aisé de résoudre le problème en tenant compte des données scientifiques et de l'ordre de choses, établi en temps de paix, qu'il serait difficile de modifier brusquement. La formule suivante, réunissant la ration de graisses et de légumes en un seul tout, nous paraîtrait la plus judicieuse :

Poitrine de porc (contenant 50 p. 100 de muscles)	100g	le tout stérilisé à 115°-120°
Haricots	90	
Carottes	100	
Assaisonnement, sel et poivre, etc.	q. s.	

Les graisses s'allient fort bien aux légumes qu'ils rendent plus savoureux; le choix provisoire de ceux-ci (modifiable suivant les besoins et les ressources) semble bien correspondre aux habitudes alimentaires de nos soldats. Ils apprécieraient certainement cette modification dans la façon de leur présenter leurs vivres en période de combats.

Il suffirait d'emprunter les légumes nécessaires au stock actuellement en dépôt dans les stations magasins de l'armée ou de les réquisitionner dans le civil.

L'élévation de la ration en lard, qui semble devoir être portée de 30g à 60g ou 70g, comporte, il est vrai, une dépense supplémentaire, mais elle serait compensée par la suppression de tout gaspillage et par l'énorme simplification de distribution et de transport des produits séparés : riz, haricots, lard, sel, etc., qui nécessitent de nombreux convois, enfin par une comptabilité simplifiée.

Conclusion. — La distribution des légumes sous forme de conserves, cuits et prêts à être consommés, comme la conserve de viande, présenterait le double avantage : 1° de procurer au soldat la ration indispensable en

graisses et légumes faciles à être utilement consommés; 2° de réduire sur le champ de bataille les impedimenta du matériel de cuisine et les incertitudes d'une préparation toujours longue, peu agréable et par suite mal utilisée par le soldat.

A 15 heures trois quarts, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures et quart.

A. Lx.